

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**  
**Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ**

---

1) Να κάνετε τις πράξεις

α)  $-8 + 3 = -5$

β)  $-12 - 2 = -14$

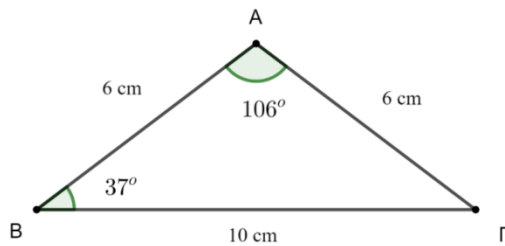
γ)  $(-4)(-5) = +20$

δ)  $(+18):(-3) = -6$

ε)  $2\sqrt{16} = 8$

---

2) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ, με  $AB = 6 \text{ cm}$ ,  $AG = 6 \text{ cm}$ ,  $B\Gamma = 10 \text{ cm}$ ,  $\hat{A} = 106^\circ$  και  $\hat{B} = 37^\circ$ .



α) Να ονομάσετε το τρίγωνο ως προς τις πλευρές του.

**Ισοσκελές**

β) Να ονομάσετε το τρίγωνο ως προς τις γωνίες του.

**Αμβλυγώνιο**

γ) Να γράψετε το μέτρο της γωνίας  $\hat{BAG}$ .

**$\hat{BAG} = 106^\circ$**

δ) Να γράψετε τις πλευρές που έχουν περιεχόμενη γωνία τη γωνία  $\hat{\Gamma}$ .

**ΑΓ και ΒΓ**

---

3) Να γράψετε τα πιο κάτω σε μορφή μιας δύναμης.

α)  $\beta \cdot \beta \cdot \beta \cdot \beta \cdot \beta = \beta^5$

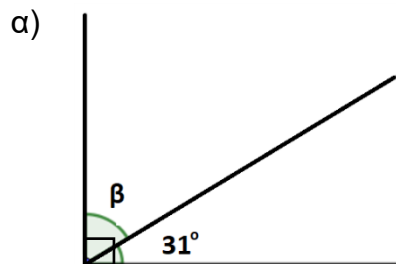
β)  $2^3 \cdot 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$

γ)  $x^{12} : x^4 = x^{12-4} = x^8$

δ)  $(x^3)^2 = x^{2 \cdot 3} = x^6$

---

4) Να υπολογίσετε τις γωνίες  $\beta, x, \delta$  και  $\varepsilon$ , και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

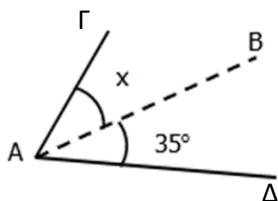


(Συμπληρωματικές γωνίες)

$$\beta + 31^\circ = 90^\circ \Rightarrow$$

$$\beta = 59^\circ$$

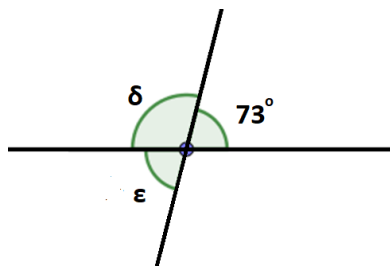
β) Η ημιευθεία AB είναι διχοτόμος της γωνίας  $\Gamma\hat{A}\Delta$ .



(AB διχοτόμος)

$$x = 35^\circ$$

γ)



$\varepsilon = 73^\circ$  (Κατακορυφήν γωνίες ίσες)

$$\delta + 73^\circ = 180^\circ \text{ (Παραπληρωματικές γωνίες)} \Rightarrow \delta = 107^\circ$$

---

5) Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) x + 3 = 8 \Leftrightarrow x = 8 - 3$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

$$\beta) 3x - 7 = x - 21 \Leftrightarrow 3x - x = 7 - 21$$

$$\Leftrightarrow 2x = -14$$

$$\Leftrightarrow x = -7$$

---

6) Δίνονται οι αριθμοί 8, 21, 6, 4, 6, 20, 5, 10

α) Να βρείτε την επικρατούσα τιμή

**Επικρατούσα τιμή είναι ο αριθμός 6**

β) Να βρείτε τη μέση τιμή των πιο πάνω αριθμών.

$$\bar{x} = \frac{4+5+6+6+8+10+20+21}{8} =$$

$$\bar{x} = \frac{80}{8} = 10$$

---

7) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

$$\alpha) 7x + 7y = 7(x + y)$$

$$\beta) 2\alpha x + 3\alpha y - 2\beta x - 3\beta y = \alpha(2x + 3y) - \beta(2x + 3y) \\ = (2x + 3y)(\alpha - \beta)$$

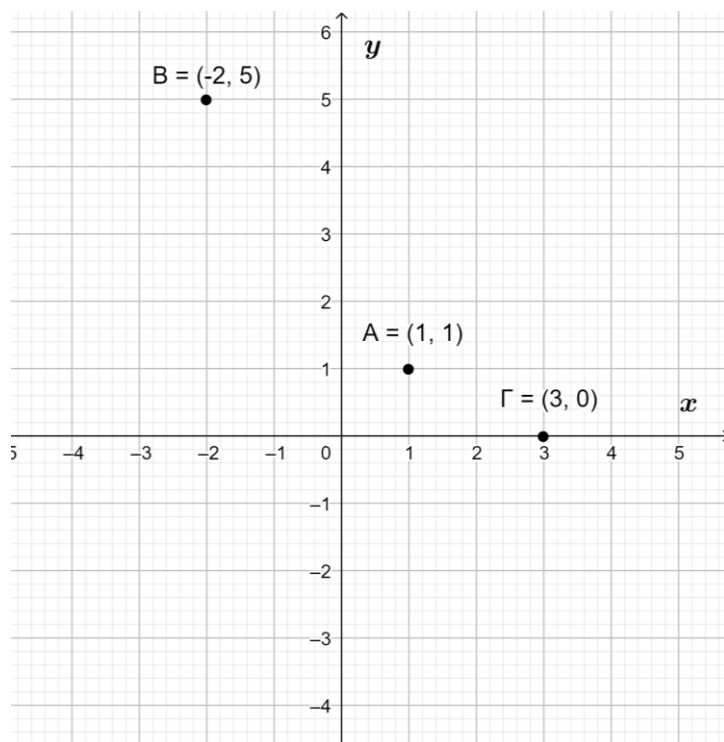
$$\gamma) x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$$

$$\delta) x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$$

---

8) Δίνονται τα σημεία  $A(1, 1)$ ,  $B(-2, 5)$  και  $\Gamma(3, 0)$ .

α) Να τοποθετήσετε τα σημεία στο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων



$A(1, 1)$

$B(-2, 5)$

$\Gamma(3, 0)$

β) Να υπολογίσετε την απόσταση των σημείων  $A$  και  $B$ .

$$A' \text{ τρόπος: } (AB) = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$

παραπάνω

$$= \sqrt{(5 - 1)^2 + (-2 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 9}$$

$$= \sqrt{25} = 5 \text{ μον.}$$

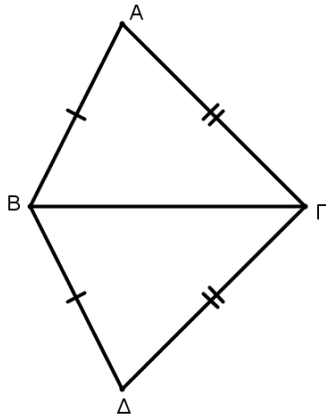
$B'$  τρόπος: **Π. Θ. Πυθ. τριάδα (3, 4, 5)  $\Rightarrow AB = 5$  μον.**

---

<sup>1</sup> Αν ο μαθητής κάνει σωστή αντικατάσταση, χωρίς να γράψει το γενικό τύπο, παίρνει τη μονάδα.

9) Από τα στοιχεία που δίνονται, να εξετάσετε κατά πόσο τα πιο κάτω ζεύγη τριγώνων είναι ίσα. Σε κάθε περίπτωση να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

α)



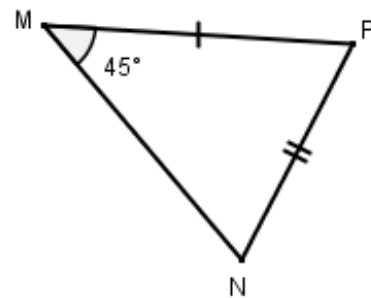
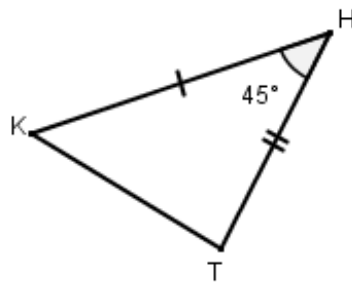
$AB = BD$  (δεδομένο)

$AG = GD$  (δεδομένο)

$BG$  κοινή πλευρά

Τα τρίγωνα είναι ίσα διότι έχουν τρεις πλευρές αντίστοιχα ίσες

β)



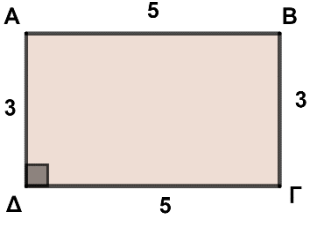
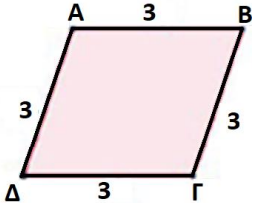
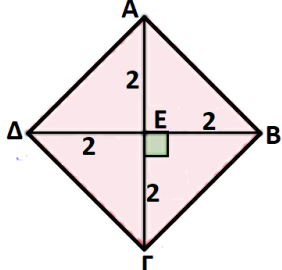
$KH = MP$  (δεδομένο)

$HT = PN$  (δεδομένο)

$\hat{H} \neq \hat{P}$

Τα τρίγωνα δεν είναι ίσα διότι η γωνία ( $45^\circ$ ) δεν είναι περιεχόμενη ίσων πλευρών αντίστοιχα και στα δύο τρίγωνα.

10) Να χαρακτηρίσετε τα πιο κάτω παραλληλόγραμμα ως προς το είδος τους (ρόμβος, ορθογώνιο, τετράγωνο) και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

(α)		<p>Είναι παραλληλόγραμμο με μια ορθή γωνία άρα είναι ορθογώνιο</p>
(β)		<p>Είναι παραλληλόγραμμο με όλες τις πλευρές του ίσες άρα είναι ρόμβος</p>
(γ)		<p>Είναι παραλληλόγραμμο με διαγώνιες ίσες και τέμνονται κάθετα άρα είναι τετράγωνο</p>

11) Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A(x) = 3x(x^2 - 5) ,$$

$$B(x) = (3x - 2)(4x + 5) ,$$

$$\Gamma(x) = 2x - (x - 3)^2$$

α) Να αναπτύξετε πλήρως τις παραστάσεις  $A(x)$ ,  $B(x)$  και  $\Gamma(x)$ .

**α1)**  $A(x) = 3x^3 - 15x$

---

**α2)**  $B(x) = 12x^2 + 15x - 8x - 10$   
 $= 12x^2 + 7x - 10$

---

**α3)**  $\Gamma(x) = 2x - (x^2 - 6x + 9)$   
 $= 2x - x^2 + 6x - 9$   
 $= -x^2 + 8x - 9$

---

β) Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή

$$\Gamma(6) = -6^2 + 8 \cdot 6 - 9$$
$$= -36 + 48 - 9 = 3$$

---

12) Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $(x - 3)(x + 2) = 0$

$$\Leftrightarrow x - 3 = 0 \text{ ή } x + 2 = 0$$

$$x = 3 \quad \text{ή} \quad x = -2$$

---

β)  $\kappa^2 - 25 = 0$

$$\Leftrightarrow (\kappa - 5)(\kappa + 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \kappa - 5 = 0 \text{ ή } \kappa + 5 = 0$$

$$\kappa = 5 \quad \text{ή} \quad \kappa = -5$$

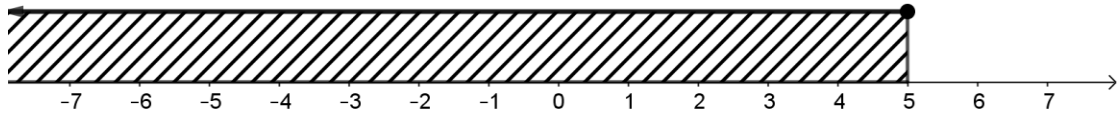
---

13) Να λύσετε τις πιο κάτω ανισώσεις και να τις παραστήσετε γραφικά στην ευθεία των πραγματικών αριθμών.

α)  $x - 2 \leq 3$

$$\Leftrightarrow x \leq 3 + 2$$

$$\Leftrightarrow x \leq 5$$

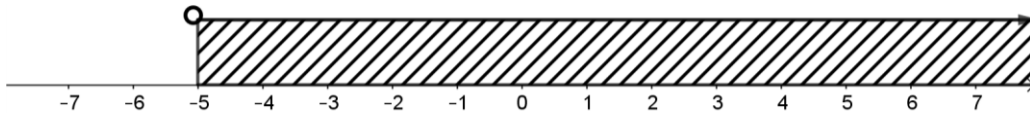


β)  $5x - 5 < 8x + 10$

$$\Leftrightarrow 5x - 8x < 5 + 10$$

$$\Leftrightarrow -3x < 15$$

$$\Leftrightarrow x > -5$$



---

14) Δίνονται τα ψηφία 2, 3, 4, 5 και 8.

α) Επιλέγεται στην τύχη ένα από τα πιο πάνω ψηφία. Να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

α1) A: Το ψηφίο να είναι ζυγός αριθμός.

$$P(A) = \frac{3}{5}$$

α2) B: Το ψηφίο να είναι μεγαλύτερο από το 4.

$$P(B) = \frac{2}{5}$$

---

β) Να υπολογίσετε το πλήθος των διψήφιων αριθμών που μπορούν να σχηματιστούν, από τα πιο πάνω ψηφία, αν δεν επιτρέπεται η επανάληψη ψηφίου.

**Πολλαπλασιαστική αρχή**

$$\text{Πλήθος διψήφιων αριθμών} = 5 \cdot 4 = 20$$

---

<sup>2</sup> Αν ο μαθητής κάνει την πράξη του πολλαπλασιασμού χωρίς να αναφέρει «πολλαπλασιαστική αρχή», παίρνει τη μισή μονάδα.



15) Δίνεται κύβος ακμής 5cm. Να υπολογίσετε:

α) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και

$$\begin{aligned}E_{ολ} &= 6\alpha^2 \\ &= 6 \cdot 5^2 \\ &= 150\text{cm}^2\end{aligned}$$

β) τον όγκο του κύβου.

$$\begin{aligned}V &= \alpha^3 \\ &= 5^3 \\ &= 125\text{cm}^3\end{aligned}$$

---

16) Ένα αυτοκίνητο που κινείται με μέση ταχύτητα 80 km/h χρειάζεται 4 ώρες για να μετακινηθεί από την πόλη Α στην πόλη Β. Σε πόσες ώρες το αυτοκίνητο θα κάλυπτε την ίδια απόσταση αν η ταχύτητα του ήταν 100km/h.

Α' τρόπος:

$$(AB) = \text{Ταχύτητα} \cdot \text{Χρόνος} \Rightarrow (AB) = 80 \cdot 4 = 320\text{km}$$

$$(AB) = \text{Ταχύτητα} \cdot \text{Χρόνος} \Rightarrow 320 = 100 \cdot t \Rightarrow$$

$$t = 3,2 \text{ ώρες ή } 3 \text{ ώρες και } 12 \text{ λεπτά}$$

Β' τρόπος:

Ταχύτητα Km/h	Χρόνος (min)
80	240
100	x

**Αντιστρόφως ανάλογα ποσά**

$$\frac{80}{100} = \frac{x}{240}$$

$$\Leftrightarrow 100x = 80 \cdot 240$$

$$\Leftrightarrow x = 192$$

**3 ώρες και 12 λεπτά ή 192 λεπτά**

---

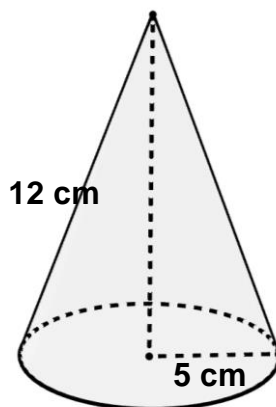
<sup>3</sup> Αν ο μαθητής δεν γράψει «αντιστρόφως ανάλογα ποσά», αλλά γράψει σωστά την αναλογία, παίρνει τις 2 μονάδες.

17) Δίνεται ορθός κώνος με ακτίνα 5cm και ύψος 12cm. Να υπολογίσετε:

α) Τον όγκο του

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi R^2 h}{3} \\ &= \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 12}{3} \\ &= 100\pi \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

β) Το μήκος της γενέτειρας του κώνου.



$$\begin{aligned} \beta) \text{ Π. Θ. } \lambda^2 &= 5^2 + 12^2 \\ &\Leftrightarrow \lambda^2 = 25 + 144 \\ &\Leftrightarrow \lambda^2 = 169 \\ &\Leftrightarrow \lambda = 13 \text{ cm} \end{aligned}$$

Το μήκος της γενέτειρας του κώνου είναι 13cm

---

<sup>4</sup> Η μισή μονάδα δίνεται αν ο μαθητής σημειώσει στο σχήμα το μήκος του ύψους και της ακτίνας του κώνου.

18) Δίνεται η ευθεία με εξίσωση  $y = 2x - 4$ .

α) Να βρείτε την κλίση της ευθείας.

**Η κλίση της ευθείας είναι  $\lambda = 2$**

β) Να βρείτε τα σημεία τομής της με τους άξονες.

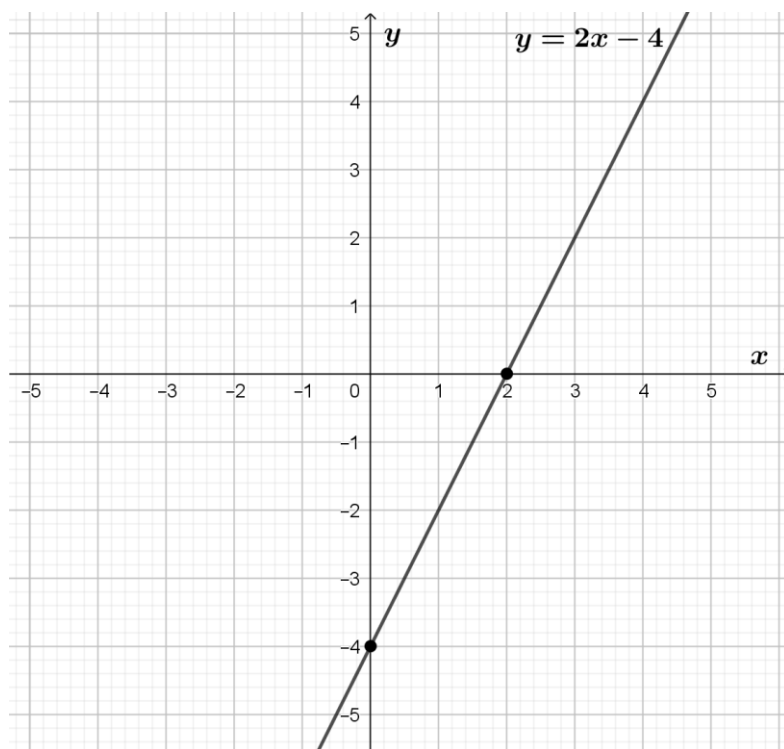
**Για  $x = 0 \Rightarrow y = -4$**

**Το σημείο τομής με τον άξονα  $Oy$  είναι το σημείο  $(0, -4)$**

**Για  $y = 0 \Rightarrow x = 2$**

**Το σημείο τομής με τον άξονα  $Ox$  είναι το σημείο  $(2, 0)$**

γ) Να κατασκευάσετε τη γραφική της παράσταση.



19) Να λύσετε το σύστημα:

$$4x - 3y = 5$$

$$2x + 5y = 9$$

$$\left. \begin{array}{l} 4x - 3y = 5 \\ 2x + 5y = 9 \end{array} \right| \begin{array}{l} -1 \\ 2 \end{array} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} -4x + 3y = -5 \\ 4x + 10y = 18 \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow 13y = 13$$

$$\Leftrightarrow y = 1$$

$$2x + 5 \cdot 1 = 9$$

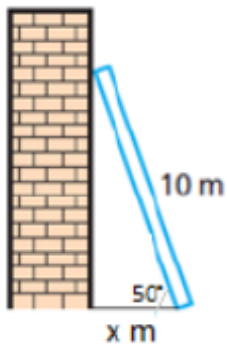
$$\Leftrightarrow x = 2$$

**Λύση (2,1)**

20) Μια σκάλα μήκους 10 m ακουμπά σε ένα τοίχο όπως φαίνεται στο σχήμα.

Η γωνία που δημιουργεί η σκάλα με το έδαφος είναι  $50^\circ$ . Να υπολογίσετε την απόσταση (x) του τοίχου από το κάτω μέρος της σκάλας.

( $\eta\mu 50^\circ = 0,766$  ,  $\sigma\upsilon\nu 50^\circ = 0,643$ ,  $\epsilon\varphi 50^\circ = 1,192$ )



$$\sigma\upsilon\nu 50^\circ = \frac{x}{10}$$

$$\Leftrightarrow 0,643 = \frac{x}{10}$$

$$\Leftrightarrow x = 0,643 \cdot 10$$

$$\Leftrightarrow x = 6,43\text{m}$$

Η ζητούμενη απόσταση (x) είναι 6,43m

**Τέλος**