

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' Κοινού Κορμού

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΣΤΗΝ ΕΝΟΤΗΤΑ 5: ΑΚΟΛΟΥΘΙΕΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟΣ	ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟΣ
Διαφορά: $\delta = \alpha_n - \alpha_{n-1}$	Λόγος: $\lambda = \frac{\alpha_n}{\alpha_{n-1}}$
Γενικός (νιοστός) όρος: $\alpha_n = \alpha_1 + (n-1)\delta$	Γενικός (νιοστός) όρος: $\alpha_n = \alpha_1 \cdot \lambda^{n-1}$
Άθροισμα n πρώτων όρων: $\Sigma_n = \frac{(\alpha_1 + \alpha_n) \cdot n}{2} = \frac{[2\alpha_1 + (n-1)\delta] \cdot n}{2}$	(I) Άθροισμα n πρώτων όρων: $\Sigma_n = \frac{\alpha_1(1-\lambda^n)}{1-\lambda}$ (II) Άθροισμα <u>απείρων</u> όρων απολύτως <u>φθίνουσας</u> Γ.Π: $\Sigma_\infty = \frac{\alpha_1}{1-\lambda}$
Αν α, β, γ διαδοχικοί όροι Α.Π. \Leftrightarrow $\alpha + \gamma = 2\beta$ (αριθμητικός μέσος)	Αν α, β, γ διαδοχικοί όροι Γ.Π. \Leftrightarrow $\alpha \cdot \gamma = \beta^2$ (γεωμετρικός μέσος)

1. Να βάλετε σε κύκλο το είδος των πιο κάτω ακολουθιών (Α.Π.= αριθμητική πρόοδος, Γ.Π.= γεωμετρική πρόοδος).

α) 3, 6, 12, 24, 48, ... Α.Π. Γ.Π. κανένα από τα δύο

β) 2, 3, 5, 8, 13, ... Α.Π. Γ.Π. κανένα από τα δύο

γ) -1, 2, 5, 8, 11, ... Α.Π. Γ.Π. κανένα από τα δύο

2. Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να σχηματιστεί το είδος της πρόοδου που σημειώνεται δίπλα.

α) Α.Π.: , 3 , 7 , ,

β) Γ.Π.: , , , 27 , 81

3. Να βρείτε τον εκατοστό πρώτο όρο της Αριθμητικής Πρόοδου. -5 , -1, 3, ...

4. Να παρεμβάλετε 9 αριθμούς μεταξύ του 3 και του 33 ώστε όλοι μαζί να αποτελούν αριθμητική πρόοδο.
5. Αν σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος ισούται με 1 και το άθροισμα των απείρων όρων της είναι $\Sigma_{\infty} = 3$, να βρείτε το λόγο της προόδου.
6. Ο πρώτος όρος γεωμετρικής προόδου είναι 192 και ο έβδομος όρος της 3. Να υπολογίσετε το λόγο και το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της.
7. Να υπολογίσετε τα χ, ψ ώστε οι αριθμοί 1, $\psi, \psi+2$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και οι αριθμοί $\chi, \psi, 4\chi+5$ να είναι διαδοχικοί αριθμοί γεωμετρικής προόδου.
8. Να υπολογίσετε το πιο κάτω άθροισμα

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{8} + \frac{1}{27} - \frac{1}{16} + \dots$$
9. Σε αριθμητική πρόοδο ο πρώτος όρος και ο τρίτος όρος έχουν άθροισμα 32, ενώ ο δεύτερος όρος και ο έκτος όρος έχουν άθροισμα 44. α) Να σχηματίσετε την πρόοδο. β) Πόσους όρους πρέπει να προσθέσετε για να βρείτε άθροισμα 830;
10. Να υπολογίσετε το x , ώστε οι αριθμοί $x-1, 6-x, 8-2x$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
11. Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο που έχει τέταρτο όρο $a_4=9$ και δέκατο όρο $a_{10}=21$.
12. Να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο της οποίας ο πρώτος όρος είναι ίσος με 5 και το άθροισμα απείρων όρων της είναι ίσο με 10.
13. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο $\Sigma_{\infty} = \frac{1}{2}$, $a_2 = \frac{1}{9}$ και $0 < \lambda < \frac{1}{2}$. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
14. Να βρείτε 2 αριθμούς των οποίων ο αριθμητικός μέσος είναι 15 και ο γεωμετρικός μέσος 9.
15. Οι αριθμοί 5, $x+3, x+5$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, ενώ οι αριθμοί $x-3, 7, y$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου. Να βρείτε:
 (α) τους αριθμούς x, y
 (β) τη διαφορά της αριθμητικής προόδου και το λόγο της γεωμετρικής προόδου.
16. Σε γεωμετρική πρόοδο ο τρίτος όρος είναι $a_3=8$ και ο έκτος όρος $a_6=64$.
 (α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
 (β) Να βρείτε το άθροισμα των 8 πρώτων όρων της.
17. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του έβδομου και του δέκατου όρου είναι 49, ενώ ο ένατος όρος είναι κατά 15 μονάδες μεγαλύτερος από τον τέταρτο. Να βρείτε:
 (α) τον πρώτο όρο και τη διαφορά της προόδου
 (β) το άθροισμα των 16 πρώτων όρων της.

18. Σε αριθμητική πρόοδο ο τέταρτος και ο ένατος όρος έχουν άθροισμα 28, ενώ ο δέκατος όρος είναι τριπλάσιος του τρίτου. Να βρείτε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της προόδου.
19. Δίνονται οι πιο κάτω αριθμητικές προόδοι. Να βρείτε το πρώτο όρο της κάθε προόδου και να υπολογίσετε τον 15^ο όρο της.
 α) 3,10,17,24,... β) 4,1,-2,-5,-8,...
20. Δίνονται οι πιο κάτω γεωμετρικές προόδοι. Να βρείτε τον πρώτο όρο της κάθε προόδου και να υπολογίσετε τον 10^ο όρο της.
 α) 3,6,12,24,...
 β) 81,27,9,3,...
21. Να βρείτε τον αριθμητικό μέσο των αριθμών 2 και 20.
 22. Να βρείτε τον γεωμετρικό μέσο των αριθμών 5 και 20.
23. Οι αριθμοί $x-3$, $x+2$, 20 είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου.
 α) Να βρείτε το x .
 β) Να βρείτε τον γεωμετρικό μέσο των αριθμών x και 50.
24. Να βρείτε το x ώστε οι αριθμοί $3x+1$, $5x$, $4x+8$ να είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου.
25. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:
 α) $1+5+9+13+\dots+201$
 β) $-4-9-\dots-89$
 γ) $2+6+18+54+\dots+1458$
 δ) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\dots$
26. Μεταξύ των αριθμών 7 και 35 να παρεμβάλετε 6 αριθμούς, ώστε να σχηματίζουν όλοι μαζί Αριθμητική Πρόοδο.
27. Μεταξύ των αριθμών 4 και 12500 να βρείτε 4 αριθμούς, ώστε όλοι μαζί να αποτελούν Γεωμετρική Πρόοδο.
28. Σε μια Γεωμετρική Πρόοδο με λόγο $\lambda > 0$, ο τρίτος όρος είναι ίσος με 48 και το άθροισμα του τέταρτου και πέμπτου όρου είναι ίσο με 36.
 α) Να σχηματίσετε τη πρόοδο.
 β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των πρώτων 7 όρων της.
29. Σε Αριθμητική Πρόοδο ο τέταρτος όρος είναι ίσος με 10 και ο δέκατος όρος είναι ίσος με 28.
 α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
 β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των πρώτων 12 όρων της.
30. Η Άννα διάβασε ένα βιβλίο σε 8 ημέρες. Την 1^η μέρα διάβασε ορισμένες σελίδες και τις ημέρες που ακολούθησαν διάβαζε κάθε ημέρα τις μισές σελίδες από αυτές που είχε διαβάσει την προηγούμενη. Αν την 4^η ημέρα διάβασε 16 σελίδες, να βρείτε:
 α) πόσες σελίδες διάβασε την 1^η ημέρα,
 β) πόσες σελίδες διάβασε την 7^η ημέρα,
 γ) πόσες σελίδες είχε ολόκληρο το βιβλίο.

31. Δίνεται γεωμετρική πρόοδος με λόγο $\lambda > 0$ της οποίας ο 3^{ος} όρος είναι 4 και το άθροισμα των πρώτων 2 όρων είναι 3. Να βρείτε:
- τον πρώτο όρο και τον λόγο της γεωμετρικής προόδου,
 - τον 11^ο όρο της,
 - ποιος όρος της είναι ίσος με 128,
 - το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της.
32. Να βρείτε το άθροισμα των ακεραίων από 1 μέχρι 100 που δεν είναι πολλαπλάσια του 3.
33. Σε ένα γυμναστήριο με 10 σειρές καθισμάτων η πρώτη σειρά έχει 50 καθίσματα και κάθε σειρά έχει 20 καθίσματα περισσότερα από την προηγούμενη της.
- Πόσα καθίσματα έχει η τελευταία σειρά;
 - Πόσα καθίσματα έχει το γυμναστήριο;
34. Να λύσετε τις εξισώσεις:
- $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + x = 420$
 - $3 + 9 + 27 + \dots + x = 1092$
35. Σε μία αριθμητική πρόοδο έχουμε $a_1 + a_4 = 16$ και $a_3 + a_7 = 36$. Να βρείτε:
- την αριθμητική πρόοδο,
 - το άθροισμα των 16 πρώτων όρων της.
36. Σε μία γεωμετρική πρόοδο έχουμε $a_1 + a_3 = 15$ και $a_2 + a_4 = 30$. Να βρείτε:
- την γεωμετρική πρόοδο,
 - το άθροισμα των 12 πρώτων όρων της.
37. Ο Γιάννης γιορτάζοντας τα δωδέκατα γενέθλιά του ζήτησε από τους γονείς του για δώρο €150 και κάθε επόμενη γενέθλια να του αυξάνουν το ποσό κατά €30 μέχρι να γιορτάσει τα 21 χρόνια του. Ο πατέρας του αντιπρότεινε τα εξής <<Θα σου δώσω τώρα €5 και σε κάθε επόμενη γενέθλια σου θα σου διπλασιάζω το προηγούμενο ποσό>> .
- Πόσα χρήματα θα πάρει ο Πέτρος στα 17^α γενέθλια του σύμφωνα με την πρόταση του πατέρα;
 - Σε ποια γενέθλια ο Πέτρος θα πάρει €360 σύμφωνα με την δική του πρόταση;
 - Πόσα χρήματα θα πάρει συνολικά ο Πέτρος μέχρι και τα 21^α γενέθλια του σύμφωνα με την δική του πρόταση και πόσα σύμφωνα με την πρόταση του πατέρα του;
38. Σε ένα κτίριο υπάρχουν 2187 άτομα. Κάθε ώρα που περνάει φεύγει το $\frac{1}{3}$ των ατόμων που υπάρχουν στο κτίριο. Να βρείτε πόσα άτομα θα υπάρχουν στο κτίριο μετά από 6 ώρες;